

# Un exemple d'emploi d'un modèle statistique multidimensionnel en matière de numismatique antique

JEAN-LOUIS HYGOUNET

«La theoria statistica fondamentale è una sola e non è quindi necessario inventare una "statistica archeologia", ma sole individuare nella statistica gli instrumenti piu adatti ai problemi che si incontrano in archeologia.»<sup>1</sup>

«La circulation monétaire en Languedoc-Roussillon avant Auguste est très largement dominée par les émissions de Marseille, et, principalement, les séries de bronze. Les émissions indigènes occupent la seconde place et les séries de la République romaine ou de la Péninsule Ibérique n'ont qu'un rôle d'appoint.»<sup>2</sup>

Ces conclusions sont venues d'une étude comparative des divers pourcentages de numéraire émis en Narbonnaise ou étrangers à celle-ci comptabilisés à partir des publications de catalogues des monnaies retrouvées sur quelques sites archéologiques de cette région.<sup>3</sup> La simple comparaison des

1. P. 137, C. PANELLA et M. FANO, 1977.

2. P. 170, J.-C. RICHARD, 1979b.

3. L'ensemble de définition de cette étude est le tableau proposé par J.-C. RICHARD de séries de numéraire (massaliote, hispanique, de la République romaine et régional) trouvés dans de nombreux sites de notre région:

P. 622, J.-C. RICHARD, 1979a.

P. 46, J.-C. RICHARD, 1979b.

Nous tenons à exprimer nos remerciements à M. Jean-Claude RICHARD pour l'intérêt qu'il a porté à notre étude et pour les conseils dont il nous a fait part dans sa conception et sa réalisation.

indices d'un même courant monétaire, comme celui des espèces en provenance de Marseille ou d'Espagne permet de brosser la situation d'ensemble décrite dans l'introduction et qui est issue d'un travail de J-C. Richard.

«Mais cette situation d'ensemble doit être nuancée par les faciés locaux. On notera que le pourcentage des émissions de Marseille croît, de façon considérable, de l'ouest à l'est, et qu'un site côtier comme Lattes, très lié au commerce massoliote, dépend pour près des trois quarts de la colonie phocéenne. Pour les monnaies hispaniques, le phénomène est exactement inverse: le pourcentage décroît de l'ouest vers l'est. Pour les monnaies de la République romaine, il faut considérer, dans un même ensemble, les trois premiers sites (Ruscino, Mailhac et Ensérune) dont les pourcentages sont directement liés à leur proximité de la colonie, fondée en 118 av. J-C, de Narbonne. Par contre, les (quatre) autres sites sont placés au dessous des 10 sinon des 5 %. Enfin, pour les émissions locales ou régionales, le pourcentage reste très proche sur les sept sites puisqu'il oscille entre 20 et 40 %, en moyenne autour de 30 %.<sup>4</sup>

Les propos de notre article sera d'appliquer une méthode statistique particulière, qui utilise un espace tri-dimensionnel,<sup>5</sup> à l'analyse des données numismatiques en notre possession, afin d'apprécier au mieux ces faciés locaux dont parle J-C Richard. En premier, nous étudions un moyen statistique intéressant pour approcher la notion de dispersion d'un courant monétaire à travers un ensemble de sites pris en référence. Puis, nous définirons et emploierons le procédé «statistique triangulaire» qui permet de grouper les sites entre eux suivant les analogies dans les proportions des n numéraires (ici trois) pris en compte; il est à noter que cette méthode peut être utilisée dans un espace hyper-dimensionnel après lui avoir fait subir quelques transformations.<sup>6</sup>

Dés à présent, le choix de ce procédé «statistique triangulaire» nous oblige à ne considérer que trois numéraires. Nous avons décidé d'étudier ici les courants monétaires de Marseille et d'Espagne (frappes centropyrénéennes et d'Emporion) ainsi que les frappes régionales (émissions des monnaies à la croix, de la région Narbonne-Béziers et autres, comme celles de l'atelier de Nîmes, par exemple). Nous avons sélectionné dans quelques publications de numismatique un ensemble de données se rapportant à quinze sites de la totalité du Languedoc, de Provence; nous avons mentionné aussi les résultats obtenus pour Emporion.

L'emploi de cette analyse statistique particulière exige une clause importante: il faut que la somme des trois pourcentages relevés sur un site parti-

4. P. 46, J.-C. RICHARD, 1979b.

5. Voir A. PIATIER, 1966.

P. IHM, 1970.

H. LEREDDE et F. DJINDJIAN, 1980.

6. A noter que le numéraire de notre région se compose de quatre grands courants monétaires:

MARSEILLE / ESPAGNE / RÉGIONAL / RÉPUBLIQUE ROMAINE

Nous avons exclu le numéraire de la République romaine de cette étude dans le choix imposé par l'espace tridimensionnel; en effet, ne disposant que de trois possibilités, nous avons décidé d'étudier en premier les rapports des numéraires originaires de la région englobés par cette analyse (Emporion et les frappes centropyrénéennes sont, ou dans cette région, ou très proches) alors que le numéraire de la République romaine est étranger. De toute façon, nous ne proposons qu'un modèle d'étude; il est possible de la compléter en changeant les propositions initiales d'analyse, ou d'opter pour une analyse multi-dimensionnelle à quatre éléments: nous renvoyons ici à l'article de P. IHM, 1970.

culier soit égale à 100 %.<sup>7</sup> Nous avons donc opéré les calculs avant de donner la matrice de référence qui suit ce paragraphe.

*MATRICE DE RÉFÉRENCE:*

Sites <sup>8</sup>	Monnaies Préaugustéennes	Prises en compte	Marseille	Hispaniques	Régional
1 Emporion <sup>9</sup>	951	801	5,61 %	91,39 %	2,99
2 Ruscino <sup>10</sup>	222	181	7,73 %	58,01 %	34,25
3 La Lagaste <sup>11</sup>	149	127	20,47 %	26,77 %	52,76
4 Le Mayne <sup>12</sup>	40	35	20 %	42,86 %	37,14
5 'Vieille-Toulouse <sup>13</sup>	209	96	26,04 %	30,21 %	43,75
5 "Vieil-Toul. <sup>13</sup>	1059	684	14,91 %	22,51 %	62,58
6 Mailhac <sup>14</sup>	127	77	33,77 %	19,48 %	46,75
7 Ensérune <sup>13</sup>	705	507	37,08 %	14 %	48,92
8 Magalas <sup>13</sup>	727	685	85,4 %	1,31 %	13,29
9 Murviel <sup>13</sup>	67	61	57,38 %	3,28 %	39,24
10 Lattes <sup>13</sup>	292	270	77,41 %	1,11 %	21,48
11 Ambrussum <sup>13</sup>	85	67	56,72 %	5,97 %	37,31
12 Nages <sup>15</sup>	164	149	58,39 %	0	41,61
13 Marseille <sup>13</sup>	355	336	100 %	0	0
14 Glanum <sup>13</sup>	191	145	93,10 %	4,83 %	2,07
15 Bollène <sup>16</sup>	461	375	86,13 %	0,53 %	13,34
Total	5804	4596			

*1. ETUDE DE LA DISPERSION DES TROIS SÉRIES DE NUMÉRAIRE*

Nous avons décidé de caractériser le mode de dispersion des trois séries de numéraire (massaliote, hispanique et régional) sur l'ensemble des sites pris en compte dans la présente étude. En effet, la distribution réelle que nous possédons dans chaque cas est difficile à appréhender. Découvrir la nature-même de chacune de ces distributions permettrait, d'une part, de grouper les sites qui connaissent un pourcentage de même numéraire à peu près iden-

7. Cf. p. 285 et seq., A. PIATIER, 1966.

8. L'indication numérique portée devant chacun des sites sur la matrice de référence servira plus en avant dans l'exposé à les identifier (schémas et autres).

9. M. CAMPO, 1976.

10. P. 622, J.-C. RICHARD, 1979a; p. 46, J.-C. RICHARD, 1979b; J.-C. RICHARD et G. CLAUSTRÉS, 1980.

11. G. RANCOULE, 1980.

12. Inédit.

13. P. 622, J.-C. RICHARD, 1979a; p. 46, J.-C. RICHARD, 1979b.

14. Mêmes références que la précédente. O et J. TAFFANEL et J.-C. RICHARD, 1979.

15. Mêmes références que la précédente. M. PY, 1978.

16. Mêmes références que la précédente. G. GENTRIC, 1981.

tique, et donc de pouvoir créer de façon «statistique» des faciés monétaires (nous préférons pour l'instant cette expression à faciés ou espace économique), d'autre part, de trouver un mode de représentation le plus adéquat possible, pouvant, par la suite, être étendu à d'autres observations.

La première opération à effectuer, afin de grouper les termes d'une série en classes ou groupes, et d'en condenser ainsi la présentation, sera celle du calcul de la moyenne arithmétique:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Cette valeur ne suffit pas pour bien étudier un ensemble statistique. Il faut définir sa structure interne; à cette fin, nous utiliserons la variance, moyenne des carrés des écarts à la moyenne arithmétique:

$$V = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

et sa racine carrée, l'écart-type, noté  $\sigma$ .

Pour les trois ensembles statistiques que sont les distributions des trois numéraires massaliote, hispanique et régional, nous obtenons:

Premier ensemble (Marseille):

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 48,75 \% \\ V &= 973,61 \% \\ \sigma &= 31,20 \%\end{aligned}$$

Deuxième ensemble (Espagne):

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 20,14 \% \\ V &= 615,5 \% \\ \sigma &= 24,80 \%\end{aligned}$$

Troisième ensemble (Régional):

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 31,1 \% \\ V &= 360,72 \% \\ \sigma &= 18,99 \%\end{aligned}$$

«La plupart des phénomènes statistiques peuvent être décrits par un petit nombre de modèles probabilistes ou loi de probabilité. Naturellement lorsque cette représentation est possible, elle fournit une description beaucoup plus riche du phénomène du simple calcul des caractéristiques de tendance centrale et de dispersion. Elle permet notamment de calculer la probabilité de certains événements et, par conséquent, de préciser dans une certaine mesure la représentation que l'on peut se faire dans l'avenir.»<sup>17</sup>

Dans le cas qui nous occupe, cette description permettra de préciser la nature de la dispersion du numéraire  $n$  sur l'ensemble des sites pris en compte et de voir si, pour un site donné étranger à ce dernier ensemble, les liens logiques dispersion du numéraire groupe de sites sont confirmés ou infirmés.

«Dans tous les cas, le processus est le suivant:

»— l'observation du phénomène fournit une distribution expérimentale ou empirique

»— l'analyse de cette distribution empiriques —examen de la représentation graphique et calculs des caractéristiques de tendance centrale et de dispersion— donne une première idée de la nature du phénomène observé. Au vu de ces premières conclusions, on choisit parmi les différents types de loi de distribution théorique celui qui paraît convenir.»<sup>17</sup>

La matrice de référence nous donne la distribution empirique de la dispersion des trois types de numéraire étudiés ici. Dans l'arsenal des lois de distribution statistique en notre possession,<sup>18</sup> nous pensons que la loi normale ou de Laplace-Gauss<sup>19</sup> est celle qui, par sa définition-même, correspond au mieux aux dispersions que nous voulons caractériser:

«On constate effectivement en pratique que (ces) caractéristique sont fréquemment distribuées normalement. Il en va de même pour la mesure d'une grandeur, la durée d'un trajet, les fluctuations d'une grandeur économique autour de sa tendance, etc.»<sup>20</sup>

Afin de voir si les distributions des trois numéraires sont normales, nous allons employer le «test de la droite de Henri», qui est «un procédé graphique d'ajustement d'une loi normale à une distribution observée. Cette méthode présente la double avantage:

»— de permettre d'apprécier approximativement, mieux que sur l'histogramme, le caractère normal de la distribution observée;

»— de donner une estimation graphique de la moyenne et de l'écarttype de la distribution.»<sup>21</sup>

L'équation de la droite de Henri est:

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

17. P. 56, B. GRAIS, 1977 (cf. pp. 463 et 464, A. PIATIER, 1966).

18. Chapitres II et III, p. 56 et seq., B. GRAIS, 1977.

19. P. 462, A. PIATIER, 1966; p. 272 et seq., V. LESPINARD et R. PERNET, 1969; P. 93, B. GRAIS, 1977; p. 54, H. LEREDDE et F. DJINDJIAN, 1980.

20. P. 102, B. GRAIS, 1977.

21. P. 289 et seq., V. LESPINARD et R. PERNET, 1969; p. 121, B. GRAIS, 1977.

L'emploi d'un tel procédé est très intéressant car il permet d'affirmer la normalité de la distribution. En effet, «si la distribution observée suit bien une loi normale, les points obtenus en portant sur un graphique les valeurs de  $x$  et de  $t$  seront approximativement alignés». <sup>21</sup> C'est un point très important car cela nous dispense de tester dans le sens loi normale hypothétique distribution observée afin de voir si les écarts observés entre valeurs estimées et valeurs effectives sont bien dus au seul hasard. <sup>22</sup>

Après calculs et construction des graphiques pour la droite de Henri, nous avons obtenu confirmation de l'hypothèse de départ: toutes les dispersions empiriques sont normales et peuvent donc se transcrire suivant l'équation générale de la loi de Laplace-Gauss qui est:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$$

C'est un résultat intéressant car il induit l'emploi de la courbe de Gauss comme représentation de la dispersion d'un numéraire  $n$  autour de sa moyenne arithmétique; afin de structurer au mieux ces ensembles statistiques, nous employons conjointement cette dernière et l'écart-type comme ossature des intervalles de confiance: <sup>23</sup>

«Etant donné la moyenne  $x$ , on appelle intervalle de confiance un intervalle  $|\bar{x} - a\sigma, \bar{x} + a\sigma|$  ( $a \in \mathbb{R}^+$ ) et on appelle coefficient de confiance la probabilité pour qu'une valeur soit située dans l'intervalle de confiance». <sup>24</sup>

De façon générale, toutes les observations prises sur un phénomène de dispersion normale sont contenues dans l'intervalle de confiance  $|\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma|$ . <sup>25</sup> Dans le cas qui nous occupe, toutes les observations sont groupées dans l'intervalle (en abscisse) 0,100 %, aussi, nous n'utiliserons que les bornes positives ou négatives de ces intervalles de confiance qui possèdent une image en abscisse comprise entre 0 et 100 %. Ces bornes ainsi définies, nous pouvons constituer un ensemble de classes, dont la définition est:

Dans l'absolu, nous avons:

1<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} - 2\sigma|$

2<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} - \sigma|$

3<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} - \sigma, \bar{x} - \frac{2}{3}\sigma|$

4<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} - \frac{2}{3}\sigma, \bar{x}|$

5<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x}, \bar{x} + \frac{2}{3}\sigma|$

6<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} + \frac{2}{3}\sigma, \bar{x} + \sigma|$

7<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} + \sigma, \bar{x} + 2\sigma|$

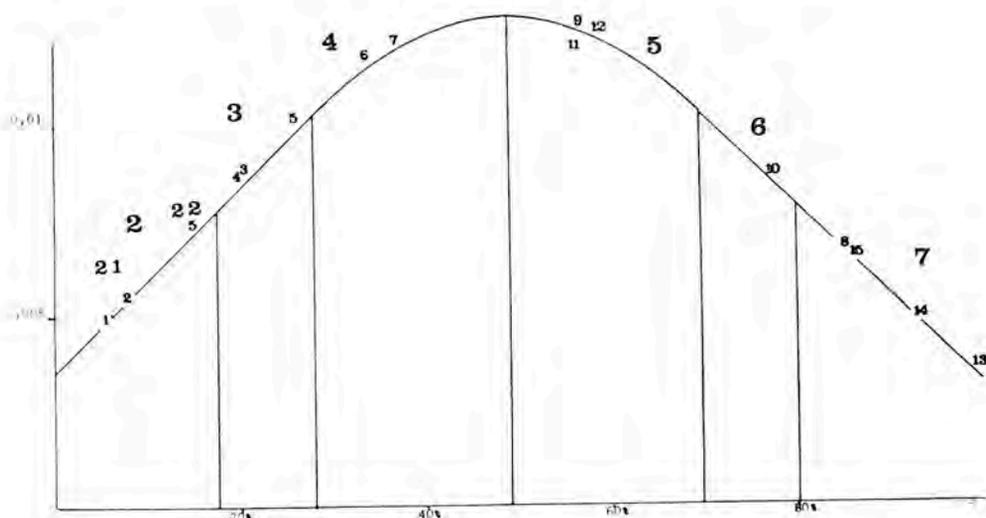
8<sup>o</sup> Classe:  $|\bar{x} + 2\sigma, \bar{x} + 3\sigma|$

Zone d'apparition et de circulation marginale du numéraire  $n$ .

Zone moyenne de la diffusion du numéraire  $n$ .

Zone principale de circulation du numéraire  $n$ ; accessoirement, peut se confondre avec la zone d'émission de ce dernier.

Ce système permet de ranger les pourcentages de numéraire  $n$  relevés sur l'ensemble des sites par ordre croissant, de manière à aboutir à des faciès de dispersion de ce numéraire, c'est à dire de constituer des familles de gisements ayant un pourcentage de numéraire  $n$  très voisin avec discrimination statistique des bornes de changement de famille. Nous pouvons augmenter la précision de la définition de ces dernières en calculant leur structure interne: moyenne arithmétique et écart-type; nous jugerons de la cohésion des données au sein de ces familles en employant une nouvelle unité de mesure statistique qui est le coefficient de variation, quotient de l'écart-type par la moyenne et indice comparable de la dispersion entre différentes séries statistiques.<sup>26</sup> Ainsi, pour les exemples particuliers qui nous occupent:



DISPERSION NORMALE DU NIBÉRAIRE BASSALIOTE

22. P. 56, B. GRAIS, 1977.
23. P. 277 et seq., V. LESPINARD et R. PERNET, 1969; p. 95 et seq., B. GRAIS, 1977
24. P. 279, V. LESPINARD et R. PERNET, 1969.
25. P. 277 et seq., V. LESPINARD et R. PERNET, 1969.
26. P. 359 et 360, A. PIATIER, 1966.

1.1. DISPERSION NORMALE DU NUMERAIRE MASSOLIOTE<sup>27</sup>

$$\text{Equation: } 0,01278 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - 48,75}{31,2} \right)^2} = f(x)$$

1.<sup>o</sup> Classe: Gisements

2.<sup>o</sup> Classe: Gisements 1, 2 et 5''

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 9,41 \\ \sigma &= 3,97 \end{aligned}$$

$$\text{Cv1 (Coeff. de variation)} = 42 \%$$

3.<sup>o</sup> Classe: Gisements 3, 4 et 5'

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 22,17 \\ \sigma &= 2,74 \end{aligned}$$

$$\text{Cv2} = 12 \%$$

4.<sup>o</sup> Classe: Gisements 6 et 7

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 35,425 \\ \sigma &= 1,625 \end{aligned}$$

$$\text{Cv3} = 4,6 \%$$

5.<sup>o</sup> Classe: Gisements 9, 11 et 12

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 57,49 \\ \sigma &= 0,68 \end{aligned}$$

$$\text{Cv4} = 1,2 \%$$

6.<sup>o</sup> Classe: Gisement 10

7.<sup>o</sup> Classe: Gisements 8, 13, 14 et 15

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 91,15 \\ \sigma &= 5,92 \end{aligned}$$

$$\text{Cv5} = 6,5 \%$$

8.<sup>o</sup> Classe: Gisements

Le coefficient de variation Cv1 est relativement important; afin d'augmenter la cohésion de cette classe et de rester dans «l'atmosphère» des autres coefficients de variation, nous proposons de diviser en deux cette dernière; nous groupons les gisements qui se trouvent aux bornes:

Sous-classe 2.1: Gisements 1 et 2

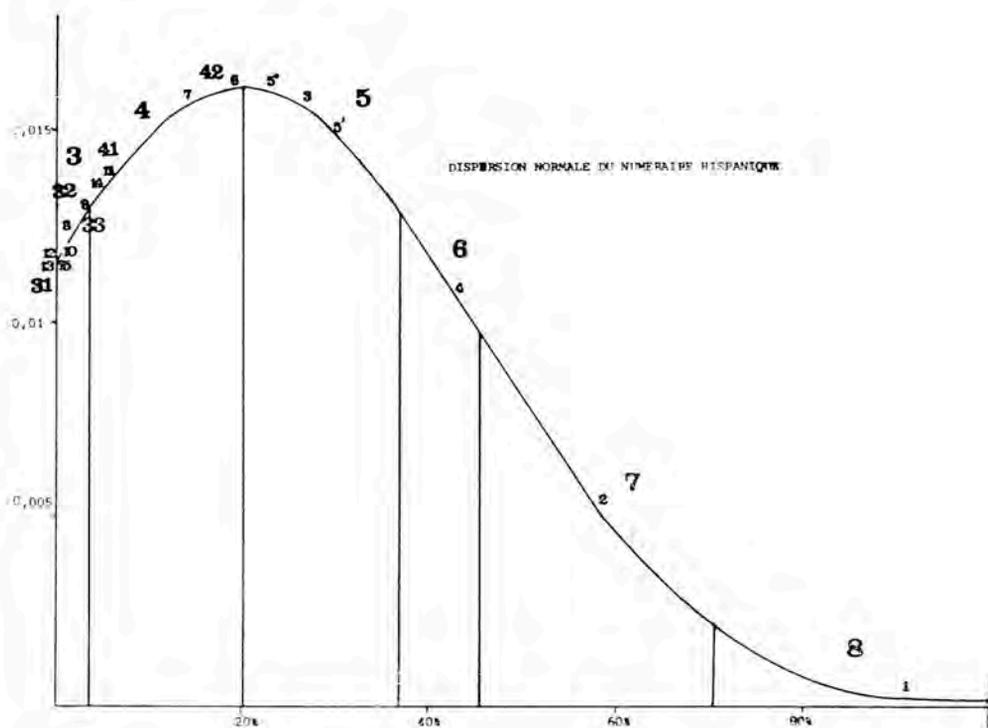
$$\bar{x} = 6,67$$

$$\sigma = 1,06$$

$$Cv1' = 16 \%$$

Sous-classe 2.2: Gisement 5''

Cette méthode n'est que provisoire car la multiplication des taux de numéraire relevés permettra d'envisager l'étude de la dispersion uniquement sous l'angle de la classe entière.



1.2. DISPERSION NORMALE DU NUMÉRAIRE HISPANIQUE<sup>27</sup>

$$\text{Equation: } 0,016 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - 20,14}{26,8} \right)^2} = f(x)$$

27. A voir en même temps que la courbe en cloche représentant la dispersion étudiée.

Les deux premières classes ne contiennent pas de gisements.

3<sup>o</sup> Classe: Gisements 8, 9, 10, 12, 13 et 15

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 1,03 \\ \sigma &= 1,11\end{aligned}\quad Cv1 = 108 \%$$

Nous pouvons décomposer en trois sous-classes.

Sous-classe 3.1: Gisements 12 et 13 qui n'ont pas de numéraire hispanique.

Sous-classe 3.2: Gisements 8, 10 et 15

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 0,98 \\ \sigma &= 0,33\end{aligned}\quad Cv1' = 33 \%$$

Sous-classe 3.3: Gisement 9

4<sup>o</sup> Classe: Gisements 6, 7, 11 et 14

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 11,07 \\ \sigma &= 6\end{aligned}\quad Cv2 = 54 \%$$

Nous pouvons décomposer en deux sous-classes

Sous-classe 4.1: Gisements 11 et 14

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 5,4 \\ \sigma &= 0,57\end{aligned}\quad Cv2' = 10,5 \%$$

Sous-classe 4.2: Gisements 6 et 7

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 16,74 \\ \sigma &= 2,74\end{aligned}\quad Cv2'' = 16 \%$$

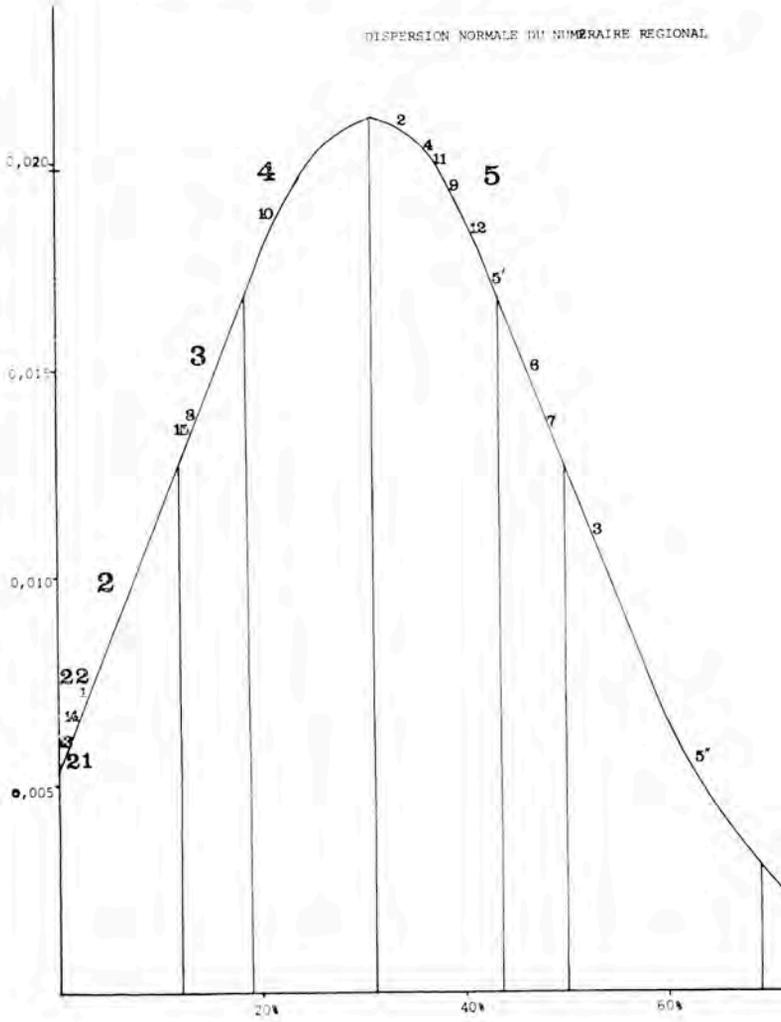
5<sup>o</sup> Classe: Gisements 3, 5' et 5''

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 26,5 \\ \sigma &= 3,15\end{aligned}\quad Cv3 = 11 \%$$

6<sup>o</sup> Classe: Gisement 4

7<sup>o</sup> Classe: Gisement 2

8<sup>o</sup> Classe: Gisement 1



1.3. DISPERSION NORMALE DU NUMÉRAIRE RÉGIONAL<sup>27</sup>

Equation:  $0,021 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - 31,1}{18,99} \right)^2}$

1<sup>o</sup> Classe: Gisements —

2<sup>o</sup> Classe: Gisements 1, 13 et 14

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 1,68 \\ \sigma &= 1,25\end{aligned}$$

$$Cv1 = 74 \%$$

Nous pouvons décomposer en deux sous-classes

Sous-classe 2.1: Gisement 13 qui n'a pas de numéraire régional

Sous-classe 2.2: Gisements 1 et 14

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 2,53 \\ \sigma &= 0,46\end{aligned}$$

$$Cv1' = 18 \%$$

3<sup>o</sup> Classe: Gisements 8 et 15

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 13,31 \\ \sigma &= 0,025\end{aligned}$$

$$Cv2 = 2 \%$$

4<sup>o</sup> Classe: Gisement 10

5<sup>o</sup> Classe: Gisements 2, 4, 5', 9, 11 et 12

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 38,8 \\ \sigma &= 3,11\end{aligned}$$

$$Cv3 = 8 \%$$

6<sup>o</sup> Classe: Gisements 6 et 7

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 47,83 \\ \sigma &= 1,085\end{aligned}$$

$$Cv4 = 2 \%$$

7<sup>o</sup> Classe: Gisements 3 et 5''

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 57,67 \\ \sigma &= 4,91\end{aligned}$$

$$Cv = 8 \%$$

8<sup>o</sup> Classe: Gisements

#### 1.4. APPORTS DE CE TYPE DE SÉRIATION STATISTIQUE DES TAUX DE NUMÉRAIRES MASSALIOTE, HISPANIQUE ET RÉGIONAL

Nous avons choisi de limiter ce présent exposé à la seule démarche méthodologique. Le travail le plus lourd, à savoir le dépouillement des familles constituées par les taux de dispersion de numéraire  $n$ , est encore à faire (cartes de dispersion suivant ces familles, notamment). Toutefois, nous pouvons souligner deux faits importants:

— L'emploi de la courbe en cloche donne une bonne représentation de la dispersion du numéraire dans le sens où elle permet d'individualiser les familles de taux de numéraire et de préciser leur organisation interne.

— Le fait de démontrer que nous avons affaire à des dispersions normales de numéraire permet d'affirmer que la distribution d'un numéraire  $n$  au sein de l'ensemble des sites pris en référence obéissait à une foule de facteurs indépendants les uns des autres, dont les effets s'additionnent et dont aucun n'est prépondérant; ainsi, nous pouvons avoir une volonté de commercer directement avec des sites choisis de la part d'une métropole économique, comme Marseille ou Emporion (économie «monétaire») et un brassage secondaire de la monnaie par des populations autochtones (économie d'échanges) parmi ces facteurs de dispersion du numéraire antique considérés.<sup>28</sup>

#### 2. UN MODÈLE DE STATISTIQUE TRIANGULAIRE APPLIQUÉ À L'ÉTUDE DES TAUX DE NUMÉRAIRES MASSALIOTE, HISPANIQUE ET RÉGIONAL

Nous voulons présenter ici la pratique d'un modèle hyper-dimensionnel, qui a déjà été employé dans d'autres cas de statistiques appliquées à l'archéologie,<sup>29</sup> pour préciser des tendances de dispersion des sites par rapport à la composition du numéraire retrouvé à l'occasion de fouilles sur chacun de ces derniers.

C'est à l'origine un procédé graphique qui a été mis au point pour l'étude comparative de grandeurs statistiques:

«Bien qu'encore assez peu utilisés en dehors d'une sphère de spécialistes, l'intérêt (de ces graphiques triangulaires) est considérable, notamment pour l'étude de séries statistiques dépendant de trois variables. Pour comprendre leur construction, il faut rappeler la propriété du triangle équilatéral dans lequel la somme des distances de tout point intérieur aux trois côtés est égale à la hauteur. Si l'on donne la hauteur égale à 100, on pourra représenter

28. P. 93 et 102, B. GRAIS, 1977.

29. P. 308, 309 et 310, P. IHM, 1970; P. 111 et 112, S. CLEUZIOU et J.-P. DEMOULE, 1981.

toutes les décompositions possibles d'un ensemble rendu égal à 100 entre trois composantes (...).

»(Ces exemples) montrent que le graphique triangulaire n'est utilisable que si deux conditions sont réunies:

»1 - il faut que les échelles portées sur les hauteurs (où sur les côtés) du triangle soient les mêmes;

»2 - on ne peut traiter que des groupes de variables dont la somme est constante (...).»<sup>30</sup>

$$a + b + c = 100.$$

D'où la mise en forme de la matrice quantitative de référence de ce présent travail:

$$a \% \text{ de num. mass.} + b \% \text{ de num. hisp.} + c \% \text{ de num. reg.} = 100 \%$$

Nous avons choisi le procédé qui consiste à porter les échelles des côtes à 100, afin d'indiquer au mieux les points représentant chaque élément d'un triplet de coordonnées (x, y et z) définissant un site.

La représentation de l'ensemble des sites suivant les coordonnées choisies (Espagne, échelle gauche, 100 en bas, 0 en haut; Région, échelle sur la base du triangle, 0 à gauche, 100 à droite; Marseille, échelle droite, 100 en haut, 0 en bas)<sup>31</sup> fait apparaître une dispersion empirique des sites présentant des analogies morphologiques avec celle d'une distribution normale. Nous utiliserons la même procédure de vérification de l'existence d'une loi normale théorique s'appliquant à cette dispersion empirique que celle employée dans l'étude de la dispersion des trois numéraires massaliote, hispanique et régional (test de la droite de Henri).

Nous procédons tout d'abord à un changement d'espace: nous réduisons cet espace hyperdimensionnel en un espace à deux dimensions orthonormées. Pour cela, nous considérons que l'axe des abscisses sera la base de notre triangle et que l'axe des ordonnées sera la ligne qui joint les points suivants les 50 % de numéraire régional sur la base du triangle et le sommet de ce dernier.<sup>32</sup> Cela revient à utiliser les hauteurs et non plus les côtes; le rapport de grandeur qui existe entre ces derniers, qui son égaux à 100 et la hauteur du triangle est 0,86 d'où l'équation:

$$Y = 0,86 z \text{ (z étant compris dans la variable numéraire régional).}$$

X est connu par la projection sur l'axe des abscisses des positions des points obtenus sur le graphique triangulaire.

La relation qui existe entre la variable numéraire hispanique et celle numéraire massaliote s'exprime ainsi:

$$a \% \text{ Mas.} = (1 - a \% \text{ Esp.})^{33}$$

L'équation exacte pour le calcul de X est:

30. P. 285 et 286, A. PIATIER, 1966.

31. Voir la représentation qui en est faite: Espaces bidimensionnel et tridimensionnel.

32. Voir p. 287, A. PIATIER, 1966.

33. Voir le graphique.

$$X_1 = x \text{ (numéraire massaliote)} + \frac{1}{2} z \text{ (numéraire régional)}$$

$$\text{ou } X_2 = y \text{ (numéraire hispanique)} + \frac{1}{2} z \text{ (numéraire régional).}$$

Ce type de relation d'opposition nous indique qu'il nous faut étudier une et une seule variable en X (variable massaliote ou variable hispanique) pour avoir une représentation fidèle du phénomène de dispersion des sites à travers une courbe et une équation de loi normale théorique. Nous avons choisi ici la direction  $X_1$  variable massaliote.

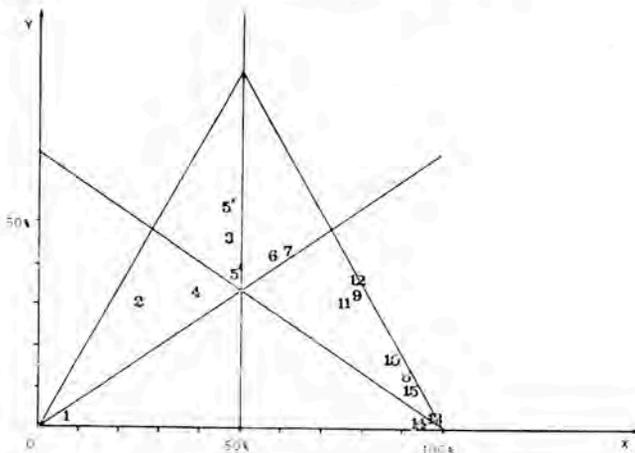
Le calcul de la moyenne arithmétique de la variable massaliote, après transformation effectuée suivant l'équation  $X_2$ , nous donne 64,3 % qui peut se décomposer ainsi:

$$64,3 \% = 48,75 \% + \frac{1}{2} 31,1 \% \text{ soit } \bar{X}_1 = \bar{x} + \frac{1}{2} \bar{y}$$

Comme dans les dispersions des numéraires massaliote, hispanique et régional, nous testons par l'application de la droite de Henri:

$$y = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \text{ ici } y = \frac{x - 64,3}{26,5}$$

ESPACES BIDIMENSIONNEL ET TRIDIMENSIONNEL



Le test est positif, ce qui permet tout de suite de calculer l'équation de cette nouvelle loi de distribution normale des sites suivant leur numéraire:

$$f(x) = 0,015 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-64,3}{26,5} \right)^2}$$

Nota: si nous avons choisi la possibilité  $X_2$  (variable hispanique), l'équation serait:

$$f(x) = 0,015 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-35,7}{26,5} \right)^2}$$

Il nous faut bien mentionner que cette étude est un modèle de la dispersion des sites suivant leur numéraire. En effet, la transformation que nous avons faite subir aux données par le moyen de l'équation  $X_1$  a altéré les données quantitatives (c'est à dire les pourcentages de numéraires) et seules restent les données d'association entre les sites, ou données qualitatives. Aussi, nous n'opérerons pas de substitution de ces données dans l'inventaire des classes qui va suivre.

Dispersion normale des sites pris en compte suivant la composition des taux des trois numéraires:

1<sup>o</sup> Classe: Gisement 1 (Emporion).

Nous sommes à l'un des trois pôles de cette classification, au maximum du numéraire ibérique, et dans un centre d'émission de ce courant monétaire.

2<sup>o</sup> Classe: Gisement 2 (Ruscino).

Malgré une montée des deux autres courants, nous sommes ici encore dans «l'espace économique» hispanique.

3<sup>o</sup> Classe: Gisements 4 et 5"

Cette place prise par l'oppidum du Mayne situé dans la haute vallée de l'Hers devra être analysée. Le 5" est si proche de la horne supérieure que nous pouvons le considérer comme appartenant à la 4<sup>o</sup> Classe. Nous sommes ici dans un faciès économique intermédiaire entre les espaces hispanique et «régional» (dominé par les frappes régionales).

4<sup>o</sup> Classe: Gisements 3, 5, 6 et 7.

Nous sommes ici dans l'espace économique régional encore en contact avec les marchés hispaniques. Dans ce premier faciès, la différence entre les deux groupes de gisements est si nette que nous avons employé deux sous-classes:

Sous-classe 4.1: Gisements 3 et 5'

$\bar{x}$ M = 22,7	/	$\sigma = 2,265$	Cv1M = 10 % (34)
$\bar{x}$ H = 28,49	/	$\sigma = 1,72$	Cv1H = 6 %
$\bar{x}$ R = 48,255	/	$\sigma = 4,5$	Cv1R = 9 %

Sous-classe 4.2: Gisements 6 et 7

$\bar{x}$ M = 35,425	/	$\sigma = 1,65$	Cv2M = 5 %
$\bar{x}$ H = 16,74	/	$\sigma = 2,74$	Cv2H = 16 %
$\bar{x}$ R = 47,835	/	$\sigma = 1,08$	Cv2R = 2 %

La différenciation de ces ensembles s'effectue par une montée du taux de numéraire massaliote et une baisse de présence des monnaies hispaniques.

5<sup>o</sup> Classe: Gisements 9, 11 et 12

$\bar{x}$ M = 57,5	/	$\sigma = 0,68$	Cv3M = 1,2 %
$\bar{x}$ H = 3,08	/	$\sigma = 2,44$	Cv3H = 80 %
$\bar{x}$ R = 39,42	/	$\sigma = 1,75$	Cv3R = 4,5 %

Nous sommes maintenant dans l'autre moitié de l'espa-économique régional, celle qui est tournée vers la métropole massaliote.

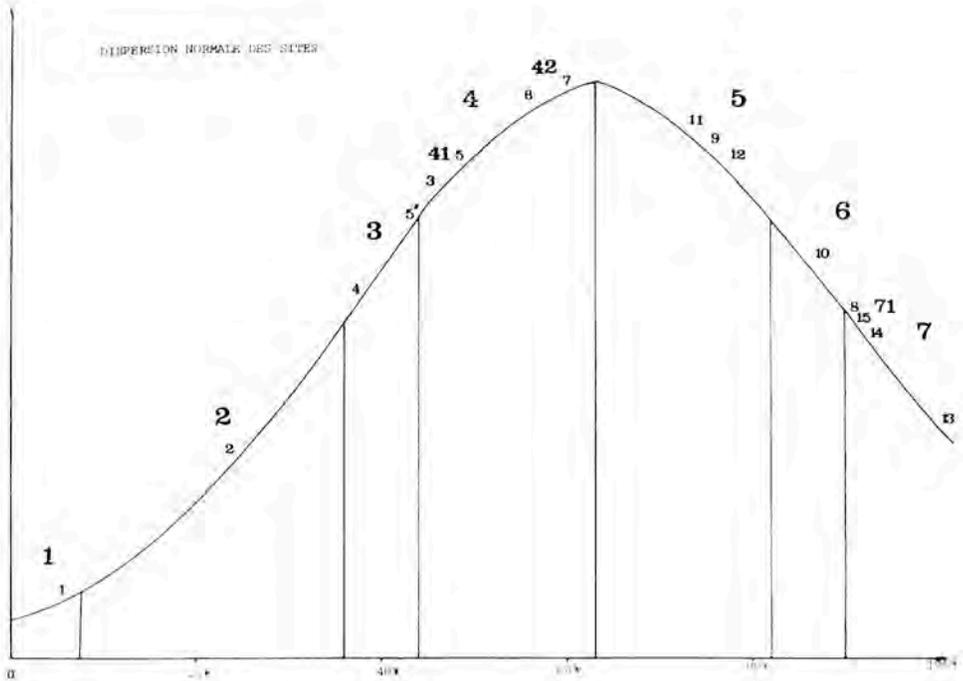
6<sup>o</sup> Classe: Gisement 10 (Lattes)

Ce seul gisement symbolise le faciès économique qui s'interpose entre les espaces économiques régional et massaliote.

7<sup>o</sup> Classe: Gisements 8, 13, 14 et 15.

34. Nous employons ici les moyennes et les écarts-types pris sur les taux de gisements de la matrice de référence et non ceux obtenus après application de l'équation de la loi de dispersion normale des sites appréhendée dans cet exposé.

Nous retirons de cette suite de gisements le 13 (Marseille) qui ne présente que 100 % de numéraire massaliote, exclusivité attribuable à son rôle de métropole économique frappant elle-même sa monnaie.



Sous-classe 7.1: Gisements 8, 14 et 15

$$\bar{x} M = 88,21 \quad \sigma = 3,47$$

$$\bar{x} H = 2,22 \quad \sigma = 1,87$$

$$\bar{x} R = 9,56 \quad \sigma = 5,30$$

$$Cv4M = 4 \%$$

$$Cv4H = 84 \%$$

$$Cv4R = 55 \%$$

Cet espace économique est totalement monopolisé par le monnaies de Marseille et semble dessiner avec réalisme le «système économique des comptoirs» mis au point à partir de cette ville.

8° Classe: n'a pu être isolée

Nous arrêterons ici l'exposé des conclusions qui peuvent découler de ce système de classes des sites par rapport aux différents taux de numéraire, car nous voulons nous en tenir au seul problème méthodologique. Toutefois, nous devons mentionner deux faits:

— Il serait intéressant, dans le cadre même de cet exposé sur les monnaies préaugustéennes, de posséder d'autres résultats et d'autres sites en vue de leur intégration, et donc, d'une vérification de la méthode par l'apport de nouveaux matériaux.

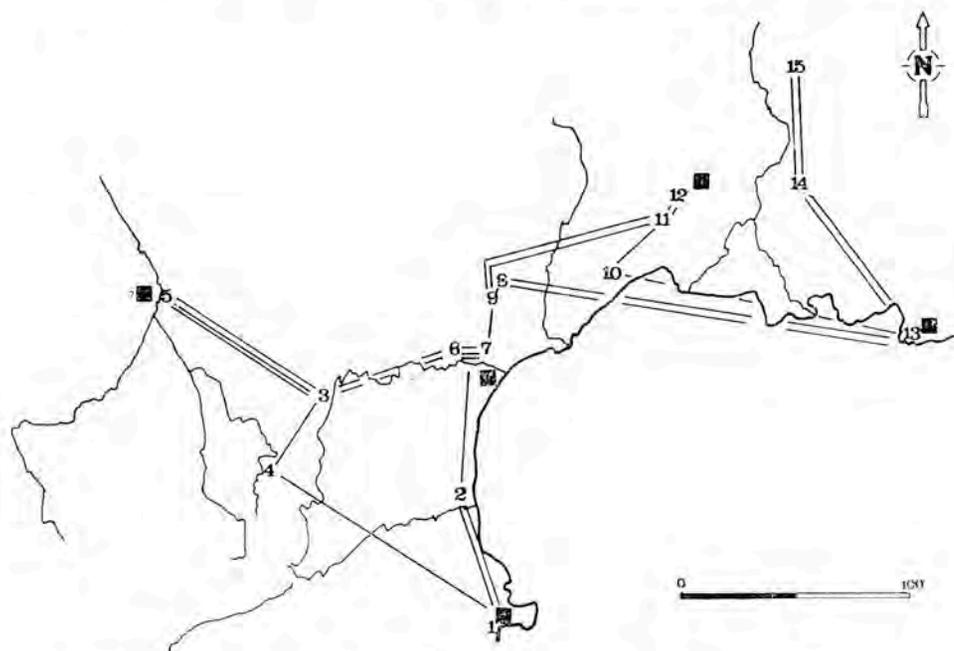
— L'emploi de cette méthode dans d'autres branches de la numismatique amènerait, lui-aussi, des renseignements quant au bien-fondé d'un tel travail.

L'étude de cette méthode d'espace hyperdimensionnel au service de l'analyse de séries statistiques ne serait pas complète si nous ne mentionnons pas trois caractéristiques supplémentaires:

1 - Cet espace peu être réduit à deux dimensions<sup>35</sup> ou augmenté à  $n$ -dimensions.<sup>36</sup>

2 - Son emploi est d'autant plus intéressant qu'elle est appliquée à l'étude de variables représentatives d'un phénomène global, comme ici ces trois courants monétaires qui s'étendent sur un échantillonnage des données très important; pour l'étude de matériel provenant d'un site particulier, nous aurions intérêt à multiplier les variables analysées et à employer un espace hyperdimensionnel plus étendu, créé au moyen de l'ordinateur.<sup>37</sup>

3 - Son intérêt est grand lorsque l'ensemble des données apportées par la mise en place d'une recherche de la régression entre des variables de nombre  $n$  n'est pas significatif et n'apporte aucun indice.<sup>38</sup>



35. Voir C. PANELLA et M. FANO, 1977.

36. Voir P. IHM, 1970.

37. P. 111 et 112, S. CLEUZIQUO et J.-P. DEMOULE, 1981.

38. Recherches réalisées par M. L. VILLARONGA au moyen d'un ordinateur afin de constituer un parallèle entre cette méthode et l'emploi d'une régression linéaire multiple.

Nous tenons à lui témoigner nos remerciements pour l'attention qu'il a portée à l'accomplissement de ce présent travail.

*ANNEXE: DEUX EXEMPLES DE VISUALISATION DE RÉSULTATS  
OBTENUS AU MOYEN DU MODÈLE STATISTIQUE TRIANGULAIRE*

*1. CARTE DE LIAISONS ENTRE UNITÉS ÉCONOMIQUES*

Nous avons figuré les quinze gisements pris en compte dans cette étude au moyen de leur code numérique (voir matrice de définition). Les carrés pleins représentent les centres d'émissions de numéraire (Emporion, Région Narbonne-Béziers, Nîmes et Marseille).

+ Les traits uniques représentent les liaisons fonctionnelles entre deux espaces économiques (2-6.7; 7-9; 8-9) ainsi que les liaisons entre espaces et faciés intermédiaires (1-4.3; 13-10-11).

+ Les doubles traits représentent les liaisons à l'intérieur des espaces économiques, entre faciés (1=2; 3=6; 9=11=12; 8=13=14=15).

+ Les triples traits représentent les liaisons figurant les sous-classes à l'intérieur des faciés économiques pris eux-mêmes comme ensembles (5=3; 6=7).

Une étude peut s'amorcer sur la nature et l'histoire de ces différentes entités économiques ainsi que sur leurs relations.

*2. GRAPHIQUE DES COEFFICIENTS DE VARIATIONS RELEVÉS  
DANS LES CLASS-DÉFINIES*

Nous avons représenté par des triangles pleins le numéraire de Marseille, par des triangles linéaires le numéraire hispanique et par des carrés le numéraire régional:

Nous pouvons constater trois faits:

1) La dispersion augmente de façon proportionnelle à la distance qui sépare les monnaies d'un site de leur lieu de frappe, ce qui traduit peut-être l'existence de courants économiques avec numéraire qui s'insinuent au milieu de régions à économie basée sur l'échange, sans grands besoins financiers.<sup>39</sup> Cela dénote une circulation locale de peu d'amplitude réelle autour des grands centres économiques massaliote et ibérique.

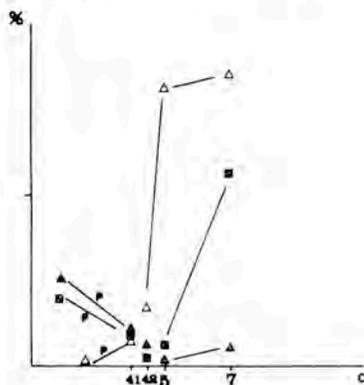
2) Le rôle joué par les Romains dans la mise en service d'ateliers régionaux (Narbonne ou Nîmes) est explicité; il s'agit de détourner les besoins minimes en petit numéraire qui joue un rôle essentiel dans les échanges de l'emploi de numéraire massaliote ou ibérique et de répandre l'usage d'espèces «régionales» dont l'étalon était fixé à Rome.<sup>40</sup>

3) En combinant carte et graphique, nous pouvons nous apercevoir que les liens étroits qui unissent le Narbonne-Toulouse; en effet, tant sur la carte que sur le graphique qui indique des dispersions peu élevées et voisines pour tous les numéraires, nous décelons le rôle d'épine dorsale des relations économiques dévolue à cette région.

39. Renseignements donnés par M. L. VILLARONGA au cours de l'élaboration de cet article.

40. Voir J.-C. RICHARD, 1973.

GRAPHIQUE DES COEFFICIENTS DE VARIATION



P : Prédiction

## BIBLIOGRAPHIE

- CAMPO, M., 1976: Comentarios sobre la circulación monetaria en Languedoc-Rosellón y Ampurdán. Epoca romano-republicana. P. 251-256, un tableau, *Els Pobles preromans del Pirineu* / Deuxième Colloque International d'Archéologie de Puigcerdà.
- CLEUZIOU, S., et DEMOULE, J.-P., 1980: Enregistrer, gérer et traiter les données archéologiques. P. 87-132, 28 figures, *L'archéologie aujourd'hui* / Bibliothèque d'Archéologie, Hachette littérature, Paris.
- GENTRIC, G., 1981: *La circulation monétaire dans la basse vallée du Rhône (II-Iè s. av. J-C) d'après les monnaies de Bollène*, 107 pages, 9 figures, 17 photos, 4 tableaux. Cahier n.º 9 / Publication de l'Association pour la Recherche Archéologique en Languedoc Oriental, Caveirac.
- GRAIS, B., 1977: *Méthodes statistiques*, 358 pages (annexe). Techniques statistiques, 2. Modules économiques / Dunod, Paris.
- IHM P., 1970: Distance et similitude en taxonomie. P. 309-317, 4 figures, un tableau. *Archéologie et calculateurs* / Problèmes sémiologiques et machématiques: Colloque de Marseille, 7/12 avril 1969 / Éditions du C.N.R.S., Paris.
- LEREFDE, H., et DJINGJIAN, F., 1980: Traitement automatique des données en archéologie. P. 52-69, 32 figures, une photo. *L'analyse des objets archéologiques et les procédés statistiques d'interprétation*, Dossiers de l'Archéologie, n.º 42.
- LESPIGARD, V., et PERNET, R., 1969: *Structures - Analyse - Probabilités*. 310 pages. A. Devigne, Lyon.
- PANELLA, C., et FANO, M., 1977: Le amfore con anse bifide conservate a Pompei: Contributo ad una loro classificazione. P. 133-137, 52 figures, une planche, 5 graphiques, 10 photos. *Méthodes classiques et méthodes formelles dans l'étude des amphores* / Actes du Colloque de Rome, 27-29 mai 1974. Collection de l'École Française de Rome.
- PIATIER, A., 1966: *Statistique / Statistique descriptive et initiation à l'analyse*. 498 pages. Thémis, Presses Universitaires de France, Paris.
- PY, M., 1978: *L'oppidum des Castels à Nages (Gard) (Fouilles 1958-1974)*. 355 pages, 58 figures, 88 photos, 14 tableaux (annexe). XXXV<sup>e</sup> Supplément à GALLIA. Éditions du C.N.R.S., Paris.
- RANCOULE, G., 1980: *La Lagaste, agglomération audoise du bassin de l'Aude*. 170 pages, 60 figures, 19 photos, 10 tableaux (annexes). Atacina 10, Carcassonne.
- RICHARD, J.-C., 1973: Les monnayages indigènes de Narbonne et sa région. P. 135-149, 6 photos, 3 tableaux. *Narbonne, Archéologie et Histoire* / Fédération Historique du Languedoc Méditerranéen et du Roussillon, Montpellier.
- RICHARD, J.-C., 1979a: Monnayages indigènes de la Gaule méridionale: acquisitions récentes et problèmes (extrait). P. 622/623, un tableau. *Congrès International de Numismatique de Berne*.
- RICHARD, J.-C., 1979b: La circulation des monnaies préaugustéennes du Languedoc. P. 46-48 et p. 170, une figure., un tableau. *Symposium numismatique de Barcelone* / Volume II, Barcelone.
- RICHARD, J.-C., et CLAUSTRES, G., 1980: Les monnaies de Ruscino. P. 107-130, 2 tableaux. *Ruscino / Château-Roussillon, Perpignan (P.-O.). I. État des travaux et des recherches en 1975*. Revue Archéologique de la Narbonnaise, Supplément 7. Diffusion de Bocard, Paris.
- TAFFANEL, O., et RICHARD, J.-C., 1979: Les monnaies de Mailhac (Aude), 1931-1977. P. 1-53, 16 figures, 16 photos, 2 tableaux. *GALLIA*, Tome 37. Éditions de C.N.R.S.S., Paris.